

## 2 TP 2 – Dichotomie

Nom et prénom : .....

### Exercice 2.1

On veut résoudre l'équation  $x^5 + x^3 = 2000$  par une méthode d'approximation.

On sait que  $x^5 + x^3 = 2000 \iff x^5 + x^3 - 2000 = 0$ .

On définit alors la fonction  $f$  par :  $f(x) = x^5 + x^3 - 2000$  sur  $\mathbb{R}$ .

On admet que l'équation  $f(x) = 0$  a une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[4 ; 5]$ .

Les variables  $a, b, d, m$  de l'algorithme ci-contre, sont des nombres réels.

Les valeurs finales de  $a$  et de  $b$  de l'algorithme ci-contre donnent un encadrement de  $\alpha$ .

**Algorithme**

```

a ← 4
b ← 5
Tant que b - a > d
    m ← (a + b) / 2
    Si m5 + m3 - 2000 < 0
        alors a ← m
        sinon b ← m
Fin du Si
Fin du Tant que
    
```

1. Exécuter cet algorithme pour  $d = 0,05$ , en complétant une partie du tableau ci-dessous. Ne pas arrondir les résultats, sauf pour  $f(m)$  que l'on arrondira au dixième.

	$b - a$	$m$	$f(m) = m^5 + m^3 - 2000$	$a$	$b$
0				4	5
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

2. D'après les valeurs finales de  $a$  et  $b$ , avec quelle précision peut-on encadrer  $\alpha$  : à l'unité près ? à  $10^{-1}$  près ? à  $10^{-2}$  près ? .....
- Écrire cet encadrement : .....  $< \alpha <$  .....
3. Ouvrir le fichier `ts4-tp2.py` et l'enregistrer sous la forme `nom-prenom-ts4-tp2.py`. Ce programme et l'algorithme correspondant sont à la page suivante.
4. a) Exécuter le programme pour  $d = 10^{-4}$  et compléter :  
 $a =$  ..... ;  $b =$  .....  
Encadrement de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près : .....  $< \alpha <$  .....

Algorithme	Programme en python3
$a \leftarrow 4$ $b \leftarrow 5$ Tant que $b - a > d$ $m \leftarrow \frac{a+b}{2}$ Si $f(m) < 0$ alors $a \leftarrow m$ sinon $b \leftarrow m$ Fin du Si Fin du Tant que	<pre>def f(x):     y=x**5+x**3-2000     return y  def dichotomie(d):     a=4     b=5     while(b-a&gt;d):         m=(a+b)/2         if(f(m)&lt;0):             a=m         else:             b=m      return (a,b)</pre>

**Exercice 2.2**

La fonction  $g$  est définie par  $g(x) = -x^3 - x + 20$ .

1. Justifier que l'équation  $g(x) = 0$  a une unique solution  $\alpha$  sur l'intervalle  $[2; 3]$ .
2. Modifier l'algorithme de l'exercice 2.1 pour résoudre par dichotomie l'équation  $g(x) = 0$ . Écrire l'algorithme modifié.
3. Modifier aussi le programme en Python 3 et l'exécuter pour  $d = 0,0001$ . Donner un encadrement de  $\alpha$  à 0,001 près.

Penser à vérifier avec la commande **Solveur** ou **Résoudre** de la calculatrice.