Chapitre 6

Suites arithmétiques et géométriques

I Exercices

6.1 Suites arithmétiques.

Avant de traiter l'exercice ci-dessous, lire la définition 6.1 page 103.

Exercice 6.1

La suite u est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 7$.

1. Donner la formule de récurrence, c'est à dire, pour tout entier naturel n, donner u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_{56}.
3. Indiquer la formule qui donne u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

Exercice 6.2

La suite u est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = -0,5$.

1. Donner la formule de récurrence.
2. Écrire u_n en fonction de n.
3. Calculer u_1, u_2, u_3, u_{34}.

Exercice 6.3

La suite u est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 6$ et de raison $r = 9$.

1. Donner la formule de récurrence.
2. Écrire u_n en fonction de n.
3. Calculer u_2, u_3, u_{48}.

Exercice 6.4

Dans chacun des cas suivants, u est une suite arithmétique.

Calculer chaque fois le terme général u_n en fonction de n, puis le terme demandé.

1. $u_0 = -5$ $r = 2$ Calculer u_{15}.
2. $u_1 = 7$ $r = 4$ Calculer u_{12}.
3. $u_7 = 4$ $r = 10$ Calculer u_{20}.

Exercice 6.5

La suite $(u(n))$ est la suite arithmétique de premier terme $u(0) = 5$ et de raison $r = 3$.

1. Écrire le terme général $u(n)$ en fonction de n.

2. Saisir cette suite à la calculatrice et observer sa représentation graphique. Que remarque-t-on pour ces points ?

3. On peut faire le lien entre cette suite et une fonction. Laquelle ?

En conclusion de l'exercice, 6.5 lire l'exemple 6.4 page 103.

Avant de traiter l'exercice ci-dessous, lire les exemples 6.5 et 6.6 page 104.

Exercice 6.6

1. La suite u est définie par $u_n = n^2 + 3n$.

- **a)** Calculer u_0, u_1, u_2, u_3.
- **b)** La suite u est-elle arithmétique ? Justifier par des calculs.

2. Mêmes consignes **a)** et **b)** pour les suites définies par :

a) $u_n = 5n$ **b)** $u_n = -2n + 1$ **c)** $u_n = \dfrac{1}{n}$

Exercice 6.7 (Sens de variation d'une suite arithmétique)

Quel est le sens de variation d'une suite arithmétique ? On pourra se servir de l'analogie entre suite arithmétique et fonction affine.

Exercice 6.8

Calculer $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 236 + 237$

Indication : la somme S a été écrite ci-dessous de deux manières. Ajouter ensemble le premier terme du haut et le premier terme du bas, puis le deuxième terme du haut et le deuxième terme du bas, ainsi de suite jusqu'au dernier terme du haut avec le dernier terme du bas.

$$\begin{array}{ccccccccccc} S & = & 1 & + & 2 & + & \cdots & + & 236 & + & 237 \\ S & = & 237 & + & 236 & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \end{array}$$

Exercice 6.9

Calculer les sommes :

1. $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 53$ **2.** $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 234$ **3.** $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 462$

Exercice 6.10

La suite u est arithmétique. $u_0 = 6$ $r = 8$ Calculer : $S = u_0 + \cdots + u_{38}$

Exercice 6.11

1. Calculer la somme : $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 137$.

2. (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 6$ et de raison 7.

- **a)** Calculer $S' = u_0 + u_1 + \cdots + u_{43}$
- **b)** Calculer $S'' = u_7 + u_8 + \cdots + u_{72}$

6.2 Suites géométriques.

Avant de traiter l'exercice ci-dessous, lire la définition 6.2 page 105.

Exercice 6.12

La suite u est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $q = 2$.

1. Donner la formule de récurrence, autrement dit donner u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_{29}.

3. Indiquer la formule qui donne u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

Exercice 6.13

La suite u est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $q = 0,8$.

1. Donner la formule de récurrence.

2. Écrire u_n en fonction de n.

3. Calculer u_1, u_2, u_3, u_{11}.

Exercice 6.14

Dans chacun des cas suivants, u est une suite géométrique.

Calculer chaque fois le terme général u_n en fonction de n, puis le terme demandé.

1. $u_0 = 3$ $\quad q = -6$ $\quad$ Calculer u_9.

2. $u_1 = -5$ $\quad q = 0,3$ $\quad$ Calculer u_8.

3. $u_{15} = 4$ $\quad q = -0,1$ $\quad$ Calculer u_{23}.

Exercice 6.15

1. La suite u est définie par $u_n = n^2 + n$.

a) Calculer u_0, u_1, u_2, u_3.

b) La suite u est-elle géométrique ? Justifier.

2. Mêmes consignes **a)** et **b)** pour les suites définies par :

a) $u_n = 4^n$ $\qquad$ **b)** $u_n = 3n - 1$ $\qquad$ **c)** $u_n = 7 \times 0,3^n$

Exercice 6.16

Un article coûte 65 € et augmente chaque année de 3 %.

On appelle p_0 le prix de départ ($p_0 = 65$), et p_n le prix après n années.

1. Calculer p_1, p_2, p_3.

2. Ces prix forment-ils une suite géométrique ? Justifier.

3. Calculer le prix après 7 ans.

4. Après combien d'années ce prix dépassera-t-il 100 euros ?

Exercice 6.17 (Sens de variation d'une suite géométrique)

On ne s'intéressera qu'au sens de variation des suites géométriques de premier terme positif et de raison positive.

Chacune des suites ci-dessous est géométrique, et on donne chaque fois le premier terme et la raison q.

Pour chaque suite, donner le terme général en fonction de n, puis déterminer son sens de variation.

1. $u_0 = 3$ $\quad q = 1,5$ $\qquad$ **2.** $u_1 = 2$ $\quad q = 1,1$ $\qquad$ **3.** $u_1 = 5$ $\quad q = 0,9$ $\qquad$ **4.** $u_0 = 4$ $\quad q = 0,3$

Exercice 6.18

Le nombre q est un réel différent de 1. Calculer en fonction de q la somme : $S = 1 + q + q^2 + \cdots + q^{30}$
Indication : développer $(1 - q)(1 + q + q^2 + \cdots + q^{30})$.

Exercice 6.19

Calculer les sommes :

1. $S_1 = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^9$;
2. $S_2 = 1 + 0,8 + 0,8^2 + \cdots + 0,8^7$ (arrondir à 0,001 près).

Exercice 6.20

La suite u est géométrique. $u_0 = 5$ $q = 2$

Calculer : $S = u_4 + \cdots + u_{15}$

6.3 Exercices et problèmes divers

Exercice 6.21

Pour chacune des suites définie ci-dessous,

1. La suite $(u(n))$ est définie par $u(n) = 3 \times 0,8^n$.
   a) Cette suite est-elle arithmétique ou géométrique ou ni l'une ni l'autre ? Justifier.
   Si cette suite est arithmétique ou géométrique, préciser son premier terme et sa raison.
   b) Sans justifier, conjecturer la limite de cette suite lorsque n tend vers $+\infty$. On pourra utiliser le tableau de valeurs de la calculatrice.
2. Mêmes consignes **a)** et **b)** pour chacune des suites définies ci-dessous.
   $u(n) = 3 + 4n$ $u(n) = n^4$ $u(n) = 1,3^n$ $u(n) = 2 - 5n$ $u(n) = \dfrac{1}{n^2}$

Exercice 6.22

Une solution contient deux millions de bactéries.

L'action d'un antibiotique sur des bactéries tue 5 % des bactéries par heure.

Calculer après combien d'heures il y a un million de bactéries.

Exercice 6.23

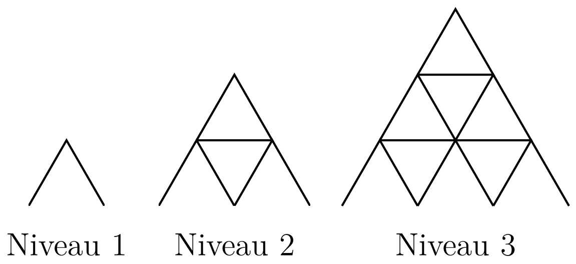
À chaque seconde, l'altitude d'un téléphérique augmente de 0,75 m. Le départ a lieu à une altitude de 1 250 m.

1. Écrire l'altitude a_n en fonction de n.
2. L'altitude d'arrivée est 1 925 m. Calculer la durée du trajet. Donner le résultat en minutes.

Exercice 6.24

Les figures ci-dessous représentent des châteaux de cartes de niveau 1, 2, et 3.

Calculer le nombre de cartes à utiliser pour un château de niveau 10.



Exercice 6.25 (Le modèle économique de Malthus)

Thomas Malthus est un économiste anglais. En 1798, la population de l'Angleterre était environ 8,2 millions d'habitants, et en étudiant l'évolution de la population, Malthus constate qu'elle augmente de 2 % par an.

Par ailleurs, en 1798, on estimait qu'on pouvait alimenter 10 millions de personnes avec la production agricole, et que cette production pouvait augmenter de 0,4 million par an.

À partir de ces modèles d'évolution de population et d'alimentation, Malthus a prédit une catastrophe démographique.

Il a donc prôné une politique de contrôle de la natalité pour maîtriser la croissance de la population, Ce type de politique démographique a ainsi été nommée le *malthusianisme*.

1. Expliquer et calculer quand ce serait produite cette catastrophe d'après ces modèles.
2. La population de l'Angleterre s'élève actuellement à 56 millions d'habitants.
   Que peut-on dire des modèles de Malthus ?

Exercice 6.26

Un club de judo compte 150 adhérents. On constate chaque année que l'effectif diminue de 20 % et que 20 adhérents nouveaux s'inscrivent.

On appelle u_n l'effectif de l'année n, ainsi $u_0 = 150$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,8u_n + 20$.
2. À l'aide de la calculatrice, conjecturer l'évolution à long terme des effectifs.
3. On appelle (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 100$
   a) Démontrer que : $v_{n+1} = 0,8v_n$.
   b) Donner l'expression de v_n en fonction de n.
4. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times 0,8^n + 100$.
5. Vérifier la réponse à la question **2.**

II Cours

6.0 Programme

Les suites ont déjà été abordées au chapitre 2. Ce chapitre revient sur les suites, en se consacrant plus particulièrement aux suites arithmétiques et géométriques.

Les deux sections ci-dessous contiennent donc respectivement :
- ce qui concerne spécifiquement les suites arithmétiques et géométriques ;
- ce qui concerne les suites en général, qui a déjà été abordé au chapitre 2, mais qui reste valable dans ce chapitre.

6.0.a Suites arithmétiques et géométriques

Contenus
- Suites arithmétiques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à accroissements constants. Lien avec les fonctions affines.
  Calcul de $1 + 2 + \cdots + n$.
- Suites géométriques : exemples, définition, calcul du terme général. Lien avec l'étude d'évolutions successives à taux constant. Lien avec la fonction exponentielle. Calcul de $1+q+\cdots+q^n$.

Capacités attendues
- Pour une suite arithmétique ou géométrique, calculer le terme général, la somme de termes consécutifs, déterminer le sens de variation.
- Modéliser un phénomène discret à croissance linéaire par une suite arithmétique, un phénomène discret à croissance exponentielle par une suite géométrique.

Démonstration
- Calcul du terme général d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
- Calcul de $1 + 2 + \cdots + n$.
- Calcul de $1 + q + \cdots + q^n$.

Approfondissements possibles
- Tour de Hanoï.
- Remboursement d'un emprunt par annuités constantes.

6.0.b Généralités sur les suites

Contenus
- Suite explicite, suite définie par récurrence, par un algorithme, par des motifs géométriques.
- Sens de variation d'une suite.
- Sur des exemples, introduction intuitive de la notion de limite.

Capacités attendues
- Dans le cadre de l'étude d'une suite, utiliser différents registres (langue naturelle, algébrique, graphique) et passer de l'un à l'autre.
- Situation permettant de générer une suite de nombres. Suite définie par un motif géométrique, par une question de dénombrement.
- Calculer des termes d'une suite définie explicitement, par récurrence ou par un algorithme.
- Conjecturer, dans des cas simples, la limite éventuelle d'une suite.

Exemples d'algorithme

Calcul de termes d'une suite, de sommes de termes, de seuil.

6.1 Suites arithmétiques.

6.1.a Définition par récurrence et en fonction de n

Définition 6.1

Une suite telle que l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre r, s'appelle une **suite arithmétique de raison r** .
Autrement dit, sa définition par récurrence est, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$.

Exemple 6.1

La suite (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 6$.

$u_1 = u_0 + 6 = 8 + 6 = 14$

$u_2 = u_1 + 6 = 14 + 6 = 20$

$u_7 = u_0 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 8 + 7 \times 6 = 50$

Propriété 6.1 (Calcul du terme général en fonction de n)

- Si u_0 est le premier terme de la suite, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{u_n = u_0 + nr}$;
- si u_p est le premier terme de la suite, pour tout $n \geqslant p$, $\boxed{u_n = u_p + (n - p)r}$.

Exemple 6.2

Reprenons la suite de l'exemple 6.1 (suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 6$).
Le terme général est l'expression de u_n en fonction de n : $u_n = u_0 + nr = 8 + n \times 6 = \boxed{8 + 6n}$.

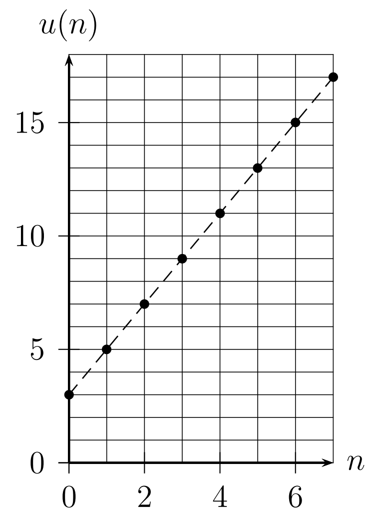
Exemple 6.3

La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison $r = 9$.
L'expression de u_n en fonction de n est : $u_n = u_1 + (n-1)r = 3 + (n-1) \times 9 = 3 + 9n - 9 = \boxed{-6 + 9n}$.

6.1.b Lien entre suites arithmétiques et fonctions affines.

Exemple 6.4

La suite $(u(n))$ est la suite arithmétique de premier terme $u(0) = 3$ et de raison $r = 2$.
Donc : $u(n) = u(0) + rn = 3 + 2n$.
On voit à droite sa représentation graphique par des points séparés.
On remarque que ces points sont alignés sur la droite qui représente la fonction affine définie par $f(x) = 2x + 3$.
On voit bien l'analogie entre les égalités
$u(n) = 2n + 3$ et $f(x) = 2x + 3$.



Les suites arithmétiques parmi les suites, sont comparables aux fonctions affines parmi les fonctions.

6.1.c Une suite est-elle arithmétique ?

Exemple 6.5

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = 5 + 10n$ est-elle arithmétique ?

L'égalité $u_n = 5 + 10n$ est de la forme $u_n = u_0 + rn$ avec $u_0 = 5$ et $r = 10$, donc c'est une suite arithmétique.

Exemple 6.6

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = n^2$ est-elle arithmétique ?

L'égalité $u_n = n^2$ n'est pas de la forme $u_n = u_0 + rn$, donc ce n'est pas une suite arithmétique.

On peut aussi calculer les différences entre deux termes successifs :

$u_1 - u_0 = 1^2 - 0^2 = 1$ et $u_2 - u_1 = 2^2 - 1^2 = 3$.

Ces deux différences ne sont pas égales, donc la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

6.1.d Sens de variation d'une suite arithmétique

Propriété 6.2

Une suite arithmétique
- est croissante si et seulement si sa raison est positive ;
- est décroissante si et seulement si sa raison est négative.

6.1.e Somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique

Rappel

Dans le chapitre 2 (Suites), nous avons déjà indiqué comment calculer la somme de termes consécutifs d'une suite quelconque avec la calculatrice ou avec un algorithme et une fonction en Python.

Voir le paragraphe 2.5 pages 47 et 48.

Propriété 6.3 (Somme des entiers de 1 à n)

Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, on a l'égalité : $1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Démonstration

Appelons S la somme $1 + 2 + \cdots + n$, et écrivons cette somme de deux manières :

$$\begin{array}{ccccccccccc} S & = & 1 & + & 2 & + & \cdots & + & (n-1) & + & n \\ S & = & n & + & (n-1) & + & \cdots & + & 2 & + & 1 \end{array}$$

Additionnons ces deux égalités membre à membre, on obtient :

$2S = (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) + (n+1)$

Or le terme $n+1$ apparaît n fois dans la somme ci-dessus, donc :

$2S = n(n+1)$, par conséquent, on obtient bien : $S = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Exemple 6.7

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 237 = \frac{237 \times (237+1)}{2} = \boxed{28\,203}$$

Exemple 6.8

La suite u est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 3$.

On veut calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{38}$.

$S = 5 + (5 + 1 \times 3) + (5 + 2 \times 3) + \cdots + (5 + 38 \times 3)$

$S = 39 \times 5 \; + \; 1 \times 3 + 2 \times 3 + \cdots + 38 \times 3$

$S = 195 + 3 \times (1 + 2 + \cdots + 38) = 195 + 3 \times \dfrac{38 \times 39}{2} = \boxed{2\,418}$

Remarque 6.1

Le calcul de l'exemple 6.8 peut être effectué plus rapidement à l'aide de la formule ci-dessous.

Propriété 6.4

La somme S de termes consécutifs d'une suite arithmétique est donnée par l'égalité :

$S = \dfrac{\text{Nombre de termes} \times (\text{premier terme} + \text{dernier terme})}{2}$

Exemple 6.9

Reprenons le calcul de l'exemple 6.8 (suite arithmétique u, $u_0 = 5$, raison $r = 3$).

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{38}$.

Nombre de termes : $1 + 38 = 39$ 1er terme : $u_0 = 5$ dernier terme : $u_{38} = 5 + 38 \times 3 = 119$

$S = \dfrac{39 \times (5 + 119)}{2} = \boxed{2\,418}$

Propriété 6.5 (Une petite formule bien utile)

Pour deux entiers p et n tels que $p \leqslant n$,
le nombre de terme de la somme $u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n$ est $n - p + 1$.

6.2 Suites géométriques.

6.2.a Définition par récurrence et en fonction de n

Définition 6.2

Une suite telle que l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre q, s'appelle une **suite géométrique de raison q**.
Autrement dit, sa définition par récurrence est, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\boxed{v_{n+1} = q \times v_n}$.

Exemple 6.10

La suite (u_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 5$.

$v_1 = v_0 \times 5 = 3 \times 5 = 15$

$v_2 = v_1 \times 5 = 15 \times 5 = 75$

$v_7 = v_0 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3 \times 5^7 = 234\,375$

Propriété 6.6 (Calcul du terme général en fonction de n)

- si v_0 est le premier terme de la suite : $\boxed{v_n = v_0 \times q^n}$;
- si v_p est le premier terme de la suite : $\boxed{v_n = v_p \times q^{n-p}}$.

Exemple 6.11

Reprenons la suite de l'exemple 6.1 (suite géométrique de premier terme $v_0 = 3$ et de raison $q = 5$).

Le terme général est l'expression de v_n en fonction de n : $v_n = v_0 \times q^n = \boxed{3 \times 5^n}$.

Exemple 6.12

La suite (v_n) est géométrique de premier terme $v_1 = 4$ et de raison $q = 3$.

L'expression de v_n en fonction de n est : $v_n = v_1 \times q^{n-1} = 4 \times 3^{n-1} = 4 \times \dfrac{3^n}{3} = \dfrac{4 \times 3^n}{3} = \boxed{\dfrac{4}{3} \times 3^n}$.

6.2.b Lien entre suites géométriques et fonctions exponentielles.

Le terme général d'une suite géométrique s'écrit sous la forme $u_n = a \times q^n$.

On peut ainsi faire le rapprochement avec une fonction définie sous la forme : $f(x) = a \times q^x$.

Prenons un exemple :

La suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ de raison $q = 2$, on a alors : $u_n = 1 \times 2^n = 2^n$.

On peut rapprocher cette suite de la fonction définie par $f(x) = 2^x$.

Les fonctions du type $x \longmapsto q^x$ sont appelées les fonctions exponentielles. L'une d'elle sera étudiée ultérieurement dans ce cours.

6.2.c Une suite est-elle géométrique ?

Exemple 6.13

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = 9 \times 7^n$ est-elle géométrique ?

L'égalité $u_n = 9 \times 7^n$ est de la forme $u_n = u_0 \times q^n$ avec $u_0 = 9$ et $q = 7$, donc c'est une suite géométrique.

Exemple 6.14

La suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = 1 + n^2$ est-elle géométrique ?

L'égalité $u_n = 1 + n^2$ n'est pas de la forme $u_n = u_0 \times q^n$, donc ce n'est pas une suite géométrique.

On peut aussi calculer les quotients entre deux termes consécutifs :

$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{1+1^2}{1+0^2} = \dfrac{2}{1} = 2$ et $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{1+2^2}{1+1^2} = \dfrac{5}{2} = 2,5$.

Ces deux quotients ne sont pas égaux, donc la suite (u_n) n'est pas une suite géométrique.

6.2.d Sens de variation d'une suite géométrique

Propriété 6.7

Une suite géométrique de premier terme positif et de raison q positive
- est décroissante si et seulement si $0 < q < 1$;
- est croissante si et seulement si $q > 1$.

6.2.e Somme de termes consécutifs d'une suite géométrique

Propriété 6.8 (Somme $1 + q + q^2 + \cdots + q^n$)

Pour tout nombre $q \neq 1$ et pour tout entier naturel n, $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Démonstration

Développons l'expression $(1-q)(1 + q + q^2 + \cdots + q^n)$ en disposant ainsi :

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & + & q & + & q^2 & + & \cdots & + & q^{n-1} & + & q^n & & \\ & - & q & - & q^2 & - & & \cdots & & - & q^n & - & q^{n+1} \end{array}$$

Tous les termes s'annulent deux par deux, sauf le premier et le dernier, on obtient donc :
$(1-q)(1 + q + q^2 + \cdots + q^n) = 1 - q^{n+1}$

Puisque $q \neq 1$, $1 - q$ n'est pas nul donc on obtient bien : $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Exemple 6.15

$1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10} = \dfrac{1 - 5^{11}}{1 - 5} = \dfrac{-48\ 828\ 124}{-4} = \boxed{12\ 207\ 031}$

Exemple 6.16

La suite u est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1\,000$ et de raison $q = 1,06$.

Calculons la somme $u_0 + u_1 + \cdots + u_{59}$

$1\,000 + 1\,000 \times 1,06 + 1\,000 \times 1,06^2 + \cdots + 1\,000 \times 1,06^{59}$
$= 1\,000 \times (1 + 1,06 + 1,06^2 + \cdots + 1,06^{59})$
$= 1\,000 \times \dfrac{1 - 1,06^{60}}{1 - 1,06} \approx \boxed{34\,029}$

Remarque 6.2

Le calcul de l'exemple 6.16 peut être effectué plus rapidement à l'aide de la formule ci-dessous.

Propriété 6.9

La somme S de termes consécutifs d'une suite géométrique est donnée par l'égalité :
$S = \text{premier terme de cette somme} \times \dfrac{1 - q^{\text{Nombre de termes}}}{1 - q}$.

Exemple 6.17

Reprenons le calcul de l'exemple 6.16 (suite géométrique u, $u_0 = 1\,000$, raison $q = 1,06$).

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{59}$.

Nombre de termes : $1 + 59 = 60$ 1er terme : $u_0 = 1\,000$ $S = 1\,000 \times \dfrac{1 - 1,06^{60}}{1 - 1,06} \approx \boxed{34\,029}$